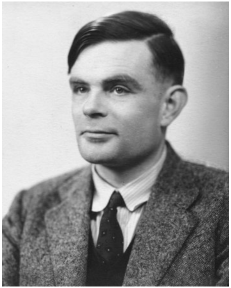
Analyseurs syntaxiques

Damien Nouvel

Institut national
des langues
et civilisations orientales

Plan

Machine de Turing



Alan Turing (UK, 1912 - 1954)

- **Machine de Turing**
  - Ruban : suite de cases mémoire
  - Tête de lecture / écriture
  - Ensemble d'états
  - Configurations et actions

Machine de Turing

- Formellement, heptuplet : $(Q, \Sigma, \Gamma, \$, \delta, q_0, F)$
  - Q : ensemble des états
  - $\Sigma \subseteq \Gamma \backslash \{\$\}$: symboles terminaux
  - Γ : symboles terminaux et non-terminaux
  - $\$ \in \Gamma$: symbole de fin de chaîne (blanc)
  - $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{G, D\}$: fonction de transition
  - $q_0 \in Q$: état initial
  - $F \subseteq Q$: ensemble de états finaux

$\Rightarrow$ Automate avec non-terminaux, écriture et déplacement

- **Configuration**
  - Symboles sur le ruban
  - Position de la tête de lecture
  - État courant

Automate à pile

- À mi-chemin entre l'**automate** et la **machine de Turing**
- Formellement, heptuplet : $(Q, \Sigma, \Gamma, \perp, \delta, q_0, F)$
  - Par défaut, mêmes symboles que pour la machine de Turing
  - $\delta : Q \times \Sigma \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma*$: fonction de transition
  - $\perp \in \Gamma$: symbole de fond de pile

$\Rightarrow$ Reconnaissance de grammaires hors-contexte

- **Configuration**
  - Symboles sur le ruban à analyser
  - Symboles sur la pile
  - État courant

Reconnaissance de langage

- **Transition**
  - Entrée
    - $q \in Q$: état courant
    - $a \in \Sigma$: symbole sur le ruban
    - $\gamma \in \Gamma$: symbole à dépiler (ou ϵ)
  - Action
    - $q \in Q$: état dans lequel basculer
    - $\gamma \in \Gamma$: symbole à empiler (ou ϵ)
    - Consommer un symbole (déplacer la tête de lecture à droite)
- Une transition change la configuration
  - Transition : $\delta(q_i, a, \gamma_i) = (q_j, \gamma_j)$
  - Symbole a sur le ruban
  - Dérivation : $(q_i, aw, \gamma_i\alpha) \rightarrow (q_j, w, \gamma_j\alpha)$

$\Rightarrow$ Objectif : **état final** et **pile vide** et **entrée vide**

Exemple

- Reconnaissance de $\{a^n b^n, n > 0\}$
  - $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$
  - $\Gamma = \{P\}$
  - $\Sigma = \{a, b\}$
  - $F = \{q_2\}$
  - δ définie par la table

Q	Γ	Σ	Q	Γ
q_0	ϵ	a	q_1	P
q_1	ϵ	a	q_1	P
q_1	P	b	q_2	ϵ
q_2	P	b	q_2	ϵ

Exemple

- Reconnaissance des imbrications correctement formées
  - Uniquement parenthèses et crochets, par exemple [([][()])()]
  - Définition formelle de l'automate
  - Configurations pour le mot ()[()([])]
  - $Q = \{q_0\}$
  - $\Gamma = \{P, C\}$
  - $\Sigma = \{(,), [,]\}$
  - $F = \{q_0\}$
  - δ définie par la table

Q	Γ	Σ	Q	Γ
q_0	ϵ	(	q_0	P
q_0	ϵ	[	q_0	C
q_0	P	)	q_0	ϵ
q_0	C	]	q_0	ϵ

Plan

1. Automates à pile

2. Analyse syntaxique LL

3. Analyse syntaxique LR

Analyseur LL : Premiers et Suivants

- ⇒ Analyseur **descendant** (ou prédictif)
- ⇒ **LL** Left-to-right Leftmost derivation
  - Détermination des non-terminaux annulables
  - Détermination de $Premiers(X) = \{a \in \Sigma | X \xrightarrow{*} a\alpha\}$
    - Initialiser pour tout terminal $Premiers(a) = \{a\}$
    - Pour chaque règle $X \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n$
    - Ajout $Premiers(X_i)$ à $Premiers(X)$ si $X_1 \dots X_{i-1}$ annulables
  - Détermination de $Suivants(X) = \{a \in \Sigma | S \xrightarrow{*} \alpha X a \beta\}$
    - Initialiser $Suivants(S) = \{\$\}$
    - Pour chaque règle $X \rightarrow X_1 X_2 \dots X_n$
    - Ajout $Premiers(X_j)$ à $Suivants(X_i)$ si $X_{i+1} \dots X_{j-1}$ annul.
    - Ajout $Suivants(X)$ à $Suivants(X_i)$ si $X_{i+1} \dots X_n$ annulables

Analyseur LL : table et analyse

- Création d'une table T dans $\Gamma \times \Sigma$
  - Pour chaque règle $X \rightarrow \alpha$
    - Pour chaque $a \in Premiers(\alpha)$ ajouter $X \rightarrow \alpha$ à $T[X, a]$
    - Si α annulable, pour $a \in Suivants(X)$ ajouter $X \rightarrow \alpha$ à $T[X, a]$
- Fonctionnement de l'automate à pile
  - Au départ : la pile contient $S\perp$, ajouter \$ à la chaîne
  - Pour chaque configuration avec a sur le ruban et X sur la pile

  $\Rightarrow$ Si X est un terminal et que $X = a$
    - Dépiler X et avancer sur l'entrée
    - Si $a = \perp$ l'analyse est terminée

  $\Rightarrow$ Si X est un non-terminal
    - Trouver $T[X, a] = X \rightarrow \alpha$
    - Dépiler X
    - Empiler α (dont le premier élément est en haut de pile)

Exercice

- Grammaire des fonctions mathématiques
  - $S \rightarrow N(P)$
  - $N \rightarrow f|g$
  - $P \rightarrow VA$
  - $V \rightarrow x|y$
  - $A \rightarrow, P|\epsilon$
- Annulables : $\{A\}$
- Premiers et suivants (le terminal , est noté *virg*)
  - $Premiers(S) = \{f, g\}$, $Suivants(S) = \{\$\}$
  - $Premiers(N) = \{f, g\}$, $Suivants(N) = \{(\}$
  - $Premiers(P) = \{x, y\}$, $Suivants(P) = \{)\}$
  - $Premiers(V) = \{x, y\}$, $Suivants(V) = \{virg,)\}$
  - $Premiers(A) = \{virg\}$, $Suivants(A) = \{)\}$

Exercice

- Table LL

	(	)	f	g	x	y	,	\$
S			$S \to N(P)$	$S \to N(P)$				
N			$N \to f$	$N \to g$				
P					$P \to VA$	$P \to VA$		
V					$V \to x$	$V \to y$		
A		$A \to \epsilon$					$A \to , P$	

- Faire les analyses pour
  - $f(x)$
  - $f(x, y, x)$

Exercice

- Chiffres binaires positifs ou négatifs à virgule
  - Grammaire
    - $S \rightarrow TCNV$
    - $T \rightarrow +|-|\epsilon$
    - $N \rightarrow CN|\epsilon$
    - $C \rightarrow 0|1$
    - $V \rightarrow .N|\epsilon$
  - Annulables : $\{T, N, V\}$
  - Premiers et suivants
    - $Premiers(S) = \{+, -, 0, 1\}$, $Suivants(S) = \{\$\}$
    - $Premiers(T) = \{+, -\}$, $Suivants(T) = \{0, 1\}$
    - $Premiers(N) = \{0, 1\}$, $Suivants(N) = \{., \$\}$
    - $Premiers(C) = \{0, 1\}$, $Suivants(C) = \{0, 1, ., \$\}$
    - $Premiers(V) = \{.\}$, $Suivants(V) = \{\$\}$

Exercice

- Table LL

	$+$	$-$	0	1	$.$	$\$$
S	$S \rightarrow TCNV$	$S \rightarrow TCNV$	$S \rightarrow TCNV$	$S \rightarrow TCNV$		
T	$T \rightarrow +$	$T \rightarrow -$	$T \rightarrow \epsilon$	$T \rightarrow \epsilon$		
N			$N \rightarrow CN$	$N \rightarrow CN$	$N \rightarrow \epsilon$	$N \rightarrow \epsilon$
C			$C \rightarrow 0$	$C \rightarrow 1$		
V					$V \rightarrow .N$	$V \rightarrow \epsilon$

- Faire les analyses pour
  - -1001
  - 110.110
  - $+0.01$
  - 1.001

Inconvénients de l'analyse LL

- Déterministe
  - Selon la pile et le ruban, un ou plusieurs choix
  - Comment choisir une règle s'il y a plusieurs choix ?
  - $\Rightarrow$ Analyses LL(k) pour déterminer selon k terminaux

Plan

1. Automates à pile
2. Analyse syntaxique LL
3. Analyse syntaxique LR

Principes généraux

⇒ Analyseur **ascendant**

⇒ **LR** Left-to-right Rightmost derivation

- **États** de l'automate
  - Avancement dans l'analyse
  - Simultané pour plusieurs règles
- **Actions** possibles
  - Shift (décalage) s

  ⇒ Un symbole d'entrée est consommé
  - Reduce (réduction) r

  ⇒ Une règle de grammaire a été utilisée
  - Accepter la chaîne en entrée acc

Items et ensembles d'items

- **Augmentation** de grammaire (nouveau symbole de départ)
- **Item**
  - Une règle et l'état d'avancement pour cette règle
  - Utilisation du point $\cdot$
  - Exemple : $X \rightarrow \alpha \cdot \beta$
- Détermination d' **ensemble d'items**
  - **Noyau** : ce que l'analyseur doit consommer
  - Exemple : $X \rightarrow \alpha \cdot Y\beta$
  - **Fermeture** : règles commençant par Y (non-terminal)
  - Exemple : $Y \rightarrow \cdot\gamma$
  - **Transition** : avancée dans l'analyse
  - Exemple : $Transition(X \rightarrow \alpha \cdot Y\beta, Y) = X \rightarrow \alpha Y \cdot \beta$

  $\Rightarrow$ Numérotation des ensembles : $Transition(i, Y) = j$

$\Rightarrow$ Calcul de toutes les possibilités par fermeture et transition

Exemple : fermeture et transition

- Fonctions récursives (n un nom de fonction, c un chiffre)
  - $F \rightarrow n(E)$
  - $E \rightarrow E + c|F|c$
- Augmentation ($S \rightarrow F$)
- Ensembles d'items
  - $0 : \{S \rightarrow \cdot F\} \cup \{F \rightarrow \cdot n(E)\}$
  - $1 : \{S \rightarrow F \cdot\}$
  - $2 : \{F \rightarrow n \cdot (E)\}$
  - $3 : \{F \rightarrow n(\cdot E)\} \cup \{E \rightarrow \cdot E + c, E \rightarrow \cdot F, F \rightarrow \cdot n(E), E \rightarrow \cdot c\}$
  - $4 : \{F \rightarrow n(E \cdot), E \rightarrow E \cdot +c\}$
  - $5 : \{E \rightarrow F \cdot\}$
  - $6 : \{E \rightarrow c \cdot\}$
  - $7 : \{F \rightarrow n(E) \cdot\}$
  - $8 : \{E \rightarrow E + \cdot c\}$
  - $9 : \{E \rightarrow E + c \cdot\}$

Construction de la table LR

- Attribution d'un état (entier) pour chaque ensemble d'items
- Création d'une table $Action$ dans $C \times \Sigma$
- Pour chaque item de l'ensemble d'items i
  - Si l'item est de la forme $X \rightarrow \alpha \cdot Y\beta$ (avec Y terminal ou non)
  - et que $Transition(i, Y) = j$

  $\Rightarrow$ Ajouter $s : j$ dans la table $Action[i, a]$
  - Si l'item est de la forme $X \rightarrow \alpha\cdot$ de la règle k

  $\Rightarrow$ Ajouter $r : R$ sur la ligne i (avec R la règle)
  - Si l'item est de la forme $S \rightarrow \alpha\cdot$

  $\Rightarrow$ Ajouter acc dans $Action[i, \$]$

Exemple : construction de la table

- Table LR

	n	(	)	$+$	c	\$	E	F
0	$s:2$							1
1	$r: S \rightarrow F$					acc		
2		$s:3$						
3	$s:2$				$s:6$		4	5
4			$s:7$	$s:8$				
5	$r: E \rightarrow F$							
6	$r: E \rightarrow c$							
7	$r: F \rightarrow n(E)$							
8					$s:9$			
9	$r: E \rightarrow E + c$							

Déroulement de l'analyse

- **Initialisation**
  - Calculer les ensembles d'items
  - Construire la table LR
  - Ajouter $ à la fin de la chaîne sur le ruban
  - Initialiser l'état à celui de $S \rightarrow \cdot\alpha$
- **Analyse** selon l'état courant et le symbole sur le ruban
  - $s : i$
    - Empiler l'état courant
    - Avancer dans le ruban
    - Changer l'état pour $Action[i, a]$ (a le symbole sur le ruban)
  - $r : R$
    - Dépiler le nombre de symboles de la partie droite de R
    - Changer l'état pour $Action[i, X]$, avec i l'état en haut de la pile
  - acc
    - Accepter la chaîne

Exemple : analyse

- Entrée : $n(c + c)$

État	Pile	Entrée
0	$\perp 0$	$n(c + c)\$$
2	$\perp 02$	$(c + c)\$$
3	$\perp 023$	$c + c)\$$
6	$\perp 0236$	$+c)\$$
4	$\perp 0234$	$+c)\$$
8	$\perp 02348$	$c)\$$
9	$\perp 023489$	$)\$$
4	$\perp 0234$	$)\$$
7	$\perp 02347$	$\$$
1	$\perp 01$	$\$$

Exercice

- Manche de tennis : jeux, services, échanges, points
  - $M \rightarrow JM|Jm$
  - $J \rightarrow sEj$
  - $E \rightarrow EP|P$
  - $P \rightarrow c|letP$
- Calculer les ensembles d'items
- Construire la table LR
- Analyser les expressions : *scjm*, *sletccjscjm* ...

Exercice : ensembles d'items

- Ensembles
  - 0 $\{S \to \cdot M\} \cup \{M \to \cdot JM, M \to \cdot Jm, J \to \cdot sEj\}$
  - 1 $\{S \to M \cdot\}$
  - 2 $\{M \to J \cdot M, M \to J \cdot m\} \cup \{M \to \cdot JM, J \to \cdot sEj, M \to \cdot Jm\}$
  - 3 $\{J \to s \cdot Ej\} \cup \{E \to \cdot EP, E \to \cdot P, P \to \cdot c, P \to \cdot letP\}$
  - 4 $\{M \to JM \cdot\}$
  - 5 $\{M \to Jm \cdot\}$
  - 6 $\{J \to sE \cdot j, E \to E \cdot P\} \cup \{P \to \cdot c, P \to \cdot letP\}$
  - 7 $\{E \to P \cdot\}$
  - 8 $\{P \to c \cdot\}$
  - 9 $\{P \to let \cdot P\} \cup \{P \to \cdot c, P \to \cdot letP\}$
  - 10 $\{J \to sEj \cdot\}$
  - 11 $\{E \to EP \cdot\}$
  - 12 $\{P \to letP \cdot\}$

Exercice : table LR

- Table LR

	m	s	j	c	let	$\$$	M	J	E	P
0		$s:3$					1	2		
1	$r: S \rightarrow M$					acc				
2	$s:5$	$s:3$					4	2		
3				$s:8$	$s:9$				6	7
4	$r: M \rightarrow JM$									
5	$r: M \rightarrow Jm$									
6			$s:10$	$s:8$	$s:9$					11
7	$r: E \rightarrow P$									
8	$r: P \rightarrow c$									
9				$s:8$	$s:9$					12
10	$r: J \rightarrow sEj$									
11	$r: E \rightarrow EP$									
12	$r: P \rightarrow letP$									

Exercice : analyse

- Entrée : $scjm$

État	Pile	Entrée
0	$\perp 0$	$scjm\$$
3	$\perp 03$	$cjm\$$
8	$\perp 038$	$jm\$$
7	$\perp 037$	$jm\$$
6	$\perp 036$	$jm\$$
10	$\perp 03610$	$m\$$
2	$\perp 02$	$m\$$
5	$\perp 025$	\$
1	$\perp 01$	\$