

# Analyse formelle de concepts

Damien Nouvel



# Plan

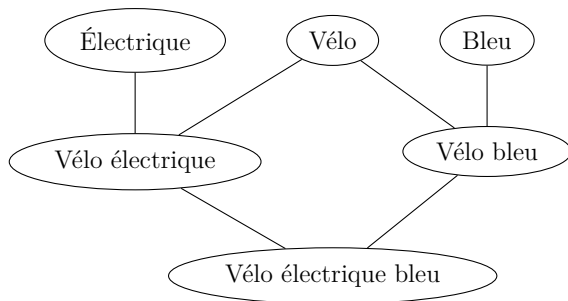
1. Relations de généralisation / spécialisation
2. Théorie de l'analyse formelle de concepts

# Ordonnancement d'objets

- ▶ Ensembles d'objets ordonnés
  - **Chiffres** : croissant, diviseur
  - **Mots** : alphabétique (lexicographique)
  - **Ensembles** : taille, inclusion
  - **Animaux** : arbre phylogénétique, prédation
- ⇒ Attention aux cycles (plus un ordre)
  - **Humain** : âge, taille, fonction
- ⇒ Comparaisons impossibles : juge vs général
  - **Objets** : valeur, poids, taille
- ⇒ Choix d'un ou plusieurs critère(s) pour comparer
- ⇒ Antisymétrie et transitivité : **pas de cycles**
- ⇒ Hyperonymie : **généralisation / spécialisation**

# Diagramme de Hasse

- ▶ Représentation de relations d'ordres
  - ▶ Si  $x \leq y$  alors  $x$  est en dessous de  $y$  (graphiquement)
- ≈ Treillis de Gallois
- ▶ Exemple (méronymie)



# Lien entre ordre et opérateur

## ▸ Opération sur des objets

- Pour les entiers  $\mathbb{N}$

$$\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} \wedge x \leq x + y, y \leq x + y$$

- Pour un langage  $L$

$$\forall \alpha \in L, \forall \beta \in L, |\alpha| \leq |\alpha.\beta| \wedge |\beta| \leq |\alpha.\beta|$$

- Pour une famille  $F$

$$\forall I_1 \in F, \forall I_2 \in F, I \in \text{Enfants}(I_1, I_2) \rightarrow I \leq I_1 \wedge I \leq I_2$$

⇒ Opérateurs, prédicats permettent d'établir l'ordre

⇒ Ordonner des objets selon leurs **propriétés...**

# Plan

1. Relations de généralisation / spécialisation
2. Théorie de l'analyse formelle de concepts

# Notations

- ▶ **Rudolf Wille** (1984)
    - Ensemble d'**objets**  $X$
    - Ensemble de **propriétés**  $Y$
    - Relation  $P \subseteq X \times Y$
- ⇒ Si  $x \in X$  possède la propriété  $y \in Y$  alors  $xPy$

# Concept formel

- ▶ Lien entre objets et propriétés
  - Pour  $A$  un ensemble d'objets,  $A' = \{y \in Y | \forall x \in A, xPy\}$
  - ⇒ Ensemble des propriétés communes aux objets de  $A$
  - ⇒ **Intension** de  $A$
  - Pour  $B$  un ensemble de propriétés,  $B' = \{x \in X | \forall y \in B, xPy\}$
  - ⇒ Ensemble des objets qui possèdent les propriétés  $B$
  - ⇒ **Extension** de  $B$
- ▶ Concept formel
  - Couple  $(A, B)$  tel que  $A' = B$  et  $B' = A$
  - ⇒ Objets définis selon leurs propriétés communes
- ▶ Ordre partiel sur les concepts
  - $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$  si  $A_1 \subseteq A_2$
  - $(A_1, B_1) \leq (A_2, B_2)$  si  $B_1 \supseteq B_2$
  - ⇒ Les deux définitions sont équivalentes!
  - ⇒ Ordre partiel

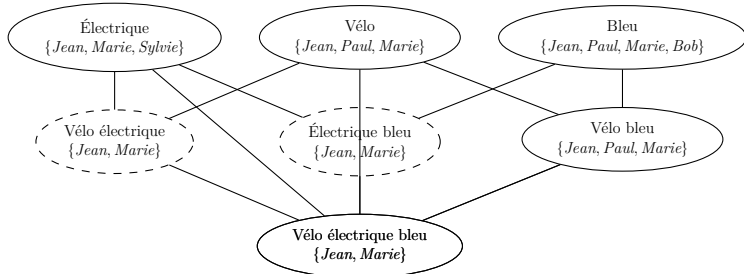


## Vélos

## ▸ Liste de vélos

Électrique	Bleu	Vélo	Description
X	X	X	Vélo bleu électrique de <b>Jean</b>
	X	X	Vélo bleu de <b>Paul</b>
X	X	X	Vélo bleu électrique de <b>Marie</b>
X			Voiture jaune électrique de <b>Sylvie</b>
	X		Voiture bleue diesel de <b>Bob</b>

## ▸ Treillis de concepts (sauf pointillés)



# Motifs séquentiels hiérarchiques

- ▶ Séquences

A/E B/F C/G

A/E B/F C/H

A/E B/F D/G

- ▶ Treillis de concepts (sauf pointillés)

